

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Cho 3 số x, y, z đôi một khác nhau và thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2018.(x-y)(y-z)(z-x)}{2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2 + 3xyz}$.

2) Rút gọn biểu thức: $Q = \frac{1+ax}{1-ax} \sqrt{\frac{1-bx}{1+bx}}$ với $x = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2a-b}{b}}$ và $0 < a < b < 2a$.

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x\sqrt{2x+3} + 3(\sqrt{x+5} + 1) = 3x + \sqrt{2x^2 + 13x + 15} + \sqrt{2x+3}$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 4y - 13 + (x-3)\sqrt{x^2 + y - 4} = 0 \\ (x+y-3)\sqrt{y} + (y-1)\sqrt{x+y+1} = x+3y-5 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 5y^2 - 4xy + 4x - 4y + 3 = 0$.

2) Tìm tất cả các số nguyên dương (x, y) thỏa mãn: $x^2 + 3y$ và $y^2 + 3x$ là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B (A, O, B không thẳng hàng). Trên tia đối của tia AB lấy điểm C , kẻ tiếp tuyến CD, CE với (O) , trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong (O') . Đường thẳng AD, AE cắt (O') lần lượt tại M và N (M, N khác A). Đường thẳng DE cắt MN tại I, OO' cắt AB và DI lần lượt tại H và F .

1) Chứng minh: $FE.HD = FD.HE$.

2) Chứng minh: $MB.EB.DI = IB.AN.BD$.

3) Chứng minh: $O'I$ vuông góc với MN .

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn: $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} = 6$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2: